

## Wie viele determinantensymmetrische Dualitätssysteme gibt es?

1. Ein Zeichen  $Z$  ist eine triadische Relation der allgemeinen Form

$$Z = (3.x, 2.y, 1.z)$$

mit  $x, y, z \in (1, 2, 3)$  und  $x \leq y \leq z$ . Durch Einsetzen erhält man genau 10 Zeichenklassen und durch Dualisierung 10 ihnen koordinierte 10 Realitätsthematiken. Wie Walther (1982) gezeigt hatte, kann man diese 10 semiotischen Dualsysteme zu 3 trichotomischen Triaden zusammenstellen, die durch die dualidentische Zeichenklasse determiniert werden. Die folgende Darstellung stammt aus Bense (1992, S. 76).

| Zkl         | Rth         | Rpw |               |
|-------------|-------------|-----|---------------|
| 3.1 2.1 1.1 | 1.1 1.2 1.3 | 9   | Mittel        |
| 3.1 2.1 1.2 | 2.1 1.2 1.3 | 10  |               |
| 3.1 2.1 1.3 | 3.1 1.2 1.3 | 11  |               |
| 3.1 2.2 1.2 | 2.1 2.2 1.3 | 11  | Objekt        |
| 3.2 2.2 1.2 | 2.1 2.2 2.3 | 12  |               |
| 3.2 2.2 1.3 | 3.1 2.2 2.3 | 13  |               |
| 3.1 2.3 1.3 | 3.1 3.2 1.3 | 13  | Interpretant  |
| 3.2 2.3 1.3 | 3.1 3.2 2.3 | 14  |               |
| 3.3 2.3 1.3 | 3.1 3.2 3.3 | 15  |               |
| 3.1 2.2 1.3 | 3.1 2.2 1.3 | 12  | Eigenrealität |

Die drei trichotomischen Triaden thematisieren die drei Teilrelationen des Zeichens in eindeutiger Weise, da die 9 Zeichenklassen dyadische thematische Realitäten aufweisen. Die mit ihrer Realitätsthematik identische Zeichenklasse kann sie also deswegen thematisieren, weil die letztere eine triadische thematische Realität aufweist.

2. Nun gehen wir aus von der Gesamtmenge der  $3^3 = 27$  über  $Z$  konstruierbaren semiotischen Dualsysteme, d.h. wir setzen den Filter der trichotomischen Inklusionsrelation außer Kraft.

$$\text{DS 1} = (3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1 \leftarrow \underline{1.2, 1.3}) \quad \text{M-them. M}$$

$$\text{DS 2} = (3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1 \leftarrow \underline{1.2, 1.3}) \quad \text{M-them. O}$$

$$\text{DS 3} = (3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1 \leftarrow \underline{1.2, 1.3}) \quad \text{M-them. I}$$

$$\text{DS 4} = (3.1, 2.2, 1.1) \times (\underline{1.1} \rightarrow 2.2 \leftarrow \underline{1.3}) \quad \text{M-them. O}$$

DS 5 = (3.1, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2 → 1.3) O-them. M  
DS 6 = (3.1, 2.2, 1.3) × (3.1 ↔ 2.2 ↔ 1.3) triad. Them.  
DS 7 = (3.1, 2.3, 1.1) × (1.1 → 3.2 ← 1.3) M-them. I  
DS 8 = (3.1, 2.3, 1.2) × (2.1 ↔ 3.2 ↔ 1.3) triad. Them.  
DS 9 = (3.1, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2 → 1.3) I-them. M

---

DS 10 = (3.2, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2 → 2.3) M-them. O  
DS 11 = (3.2, 2.1, 1.2) × (2.1 → 1.2 ← 2.3) O-them. M  
DS 12 = (3.2, 2.1, 1.3) × (3.1 ↔ 1.2 ↔ 2.3) triad. Them.  
DS 13 = (3.2, 2.2, 1.1) × (1.1 ← 2.2, 2.3) O-them. M  
DS 14 = (3.2, 2.2, 1.2) × (2.1 ← 2.2, 2.3) O-them. O  
DS 15 = (3.2, 2.2, 1.3) × (3.1 ← 2.2, 2.3) O-them. I  
DS 16 = (3.2, 2.3, 1.1) × (1.1 ↔ 3.2 ↔ 2.3) triad. Them.  
DS 17 = (3.2, 2.3, 1.2) × (2.1 → 3.2 ← 2.3) O-them. I  
DS 18 = (3.2, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2 → 2.3) I-them. O

---

DS 19 = (3.3, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2 → 3.3) M-them. I  
DS 20 = (3.3, 2.1, 1.2) × (2.1 ↔ 1.2 ↔ 3.3) triad. Them.  
DS 21 = (3.3, 2.1, 1.3) × (3.1 → 1.2 ← 3.3) I-them. M  
DS 22 = (3.3, 2.2, 1.1) × (1.1 ↔ 2.2 ↔ 3.3) triad. Them.  
DS 23 = (3.3, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2 → 3.3) O-them. I  
DS 24 = (3.3, 2.2, 1.3) × (3.1 → 2.2 ← 3.3) I-them. O  
DS 25 = (3.3, 2.3, 1.1) × (1.1 ← 3.2, 3.3) I-them. M  
DS 26 = (3.3, 2.3, 1.2) × (2.1 ← 3.2, 3.3) I-them. O  
DS 27 = (3.3, 2.3, 1.3) × (3.1 ← 3.2, 3.3) I-them. I

In einem weiteren Schritt kann man diese Dualsysteme zu gleichen thematischen Realitäten gruppieren:

| M                                                        | O                                                        | I                                                        |
|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| (1.1 $\leftarrow$ <u>1.2</u> , <u>1.3</u> )              | (2.1 $\leftarrow$ <u>1.2</u> , <u>1.3</u> )              | (3.1 $\leftarrow$ <u>1.2</u> , <u>1.3</u> )              |
| ( <u>2.1</u> , <u>2.2</u> $\rightarrow$ 1.3)             | ( <u>1.1</u> $\rightarrow$ 2.2 $\leftarrow$ <u>1.3</u> ) | ( <u>1.1</u> $\rightarrow$ 3.2 $\leftarrow$ <u>1.3</u> ) |
| ( <u>3.1</u> , <u>3.2</u> $\rightarrow$ 1.3)             | ( <u>1.1</u> , <u>1.2</u> $\rightarrow$ 2.3)             | (3.1 $\leftarrow$ <u>2.2</u> , <u>2.3</u> )              |
| ( <u>2.1</u> $\rightarrow$ 1.2 $\leftarrow$ <u>2.3</u> ) | (2.1 $\leftarrow$ <u>2.2</u> , <u>2.3</u> )              | ( <u>2.1</u> $\rightarrow$ 3.2 $\leftarrow$ <u>2.3</u> ) |
| (1.1 $\leftarrow$ <u>2.2</u> , <u>2.3</u> )              | ( <u>3.1</u> , <u>3.2</u> $\rightarrow$ 2.3)             | ( <u>1.1</u> , <u>1.2</u> $\rightarrow$ 3.3)             |
| ( <u>3.1</u> $\rightarrow$ 1.2 $\leftarrow$ <u>3.3</u> ) | ( <u>3.1</u> $\rightarrow$ 2.2 $\leftarrow$ <u>3.3</u> ) | ( <u>2.1</u> , <u>2.2</u> $\rightarrow$ 3.3)             |
| (1.1 $\leftarrow$ <u>3.2</u> , <u>3.3</u> )              | (2.1 $\leftarrow$ <u>3.2</u> , <u>3.3</u> )              | (3.1 $\leftarrow$ <u>3.2</u> , <u>3.3</u> )              |

Neben Links- (L) und Rechtsthematisierenden (R) treten hier die sog. Sandwich-Thematisierungen (S) auf (vgl. Toth 2006, S. 216). Wie man leicht zeigt, weisen die drei Gruppen von thematischen Realitäten korrespondente Thematisationsstrukturen auf. Warum diese erst durch die folgende Reorganisation zutage tritt und also nicht aus der obigen zahlentheoretischen Ordnung sichtbar wird, bleibt zu erklären.

| M                                                        | O                                                        | I                                                        |
|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| (1.1 $\leftarrow$ <u>1.2</u> , <u>1.3</u> )              | (2.1 $\leftarrow$ <u>1.2</u> , <u>1.3</u> )              | (3.1 $\leftarrow$ <u>3.2</u> , <u>3.3</u> )              |
| ( <u>2.1</u> , <u>2.2</u> $\rightarrow$ 1.3)             | ( <u>1.1</u> , <u>1.2</u> $\rightarrow$ 2.3)             | ( <u>1.1</u> , <u>1.2</u> $\rightarrow$ 3.3)             |
| ( <u>3.1</u> , <u>3.2</u> $\rightarrow$ 1.3)             | ( <u>3.1</u> , <u>3.2</u> $\rightarrow$ 2.3)             | ( <u>2.1</u> , <u>2.2</u> $\rightarrow$ 3.3)             |
| ( <u>2.1</u> $\rightarrow$ 1.2 $\leftarrow$ <u>2.3</u> ) | ( <u>1.1</u> $\rightarrow$ 2.2 $\leftarrow$ <u>1.3</u> ) | ( <u>1.1</u> $\rightarrow$ 3.2 $\leftarrow$ <u>1.3</u> ) |
| (1.1 $\leftarrow$ <u>2.2</u> , <u>2.3</u> )              | (2.1 $\leftarrow$ <u>2.2</u> , <u>2.3</u> )              | (3.1 $\leftarrow$ <u>1.2</u> , <u>1.3</u> )              |
| ( <u>3.1</u> $\rightarrow$ 1.2 $\leftarrow$ <u>3.3</u> ) | ( <u>3.1</u> $\rightarrow$ 2.2 $\leftarrow$ <u>3.3</u> ) | ( <u>2.1</u> $\rightarrow$ 3.2 $\leftarrow$ <u>2.3</u> ) |
| (1.1 $\leftarrow$ <u>3.2</u> , <u>3.3</u> )              | (2.1 $\leftarrow$ <u>3.2</u> , <u>3.3</u> )              | (3.1 $\leftarrow$ <u>2.2</u> , <u>2.3</u> )              |

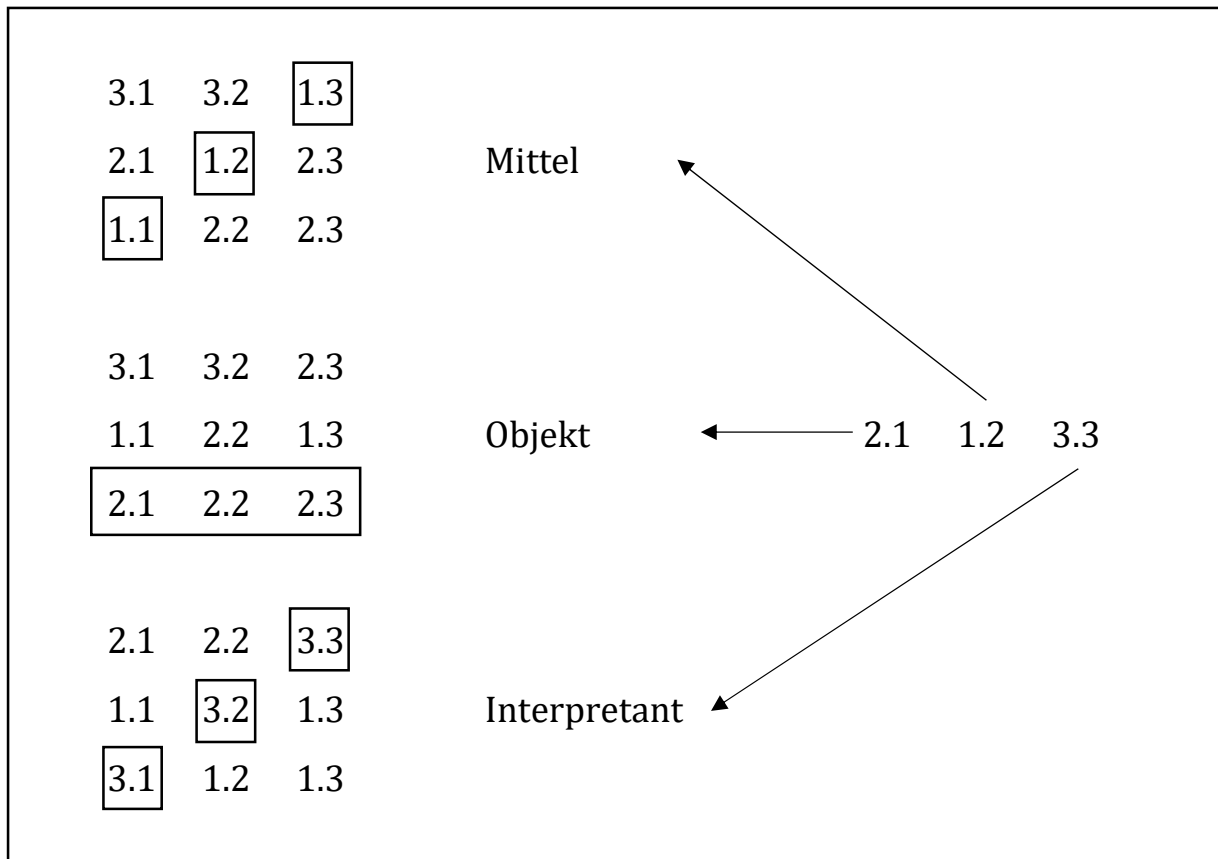
3. Aus diesen 3 M-, 3 O- und 3 I-Thematisierungen kann man nun arbiträr je 3 gleiche Thematisierungen auswählen und zusammen mit einer der triadischen Realitäten

$$\begin{aligned}
 \text{DS 6} &= (3.1, 2.2, 1.3) \quad \times \quad (\underline{3.1} \leftrightarrow \underline{2.2} \leftrightarrow \underline{1.3}) \text{ triad. Them.} \\
 \text{DS 8} &= (3.1, 2.3, 1.2) \quad \times \quad (\underline{2.1} \leftrightarrow \underline{3.2} \leftrightarrow \underline{1.3}) \text{ triad. Them.} \\
 \text{DS 12} &= (3.2, 2.1, 1.3) \quad \times \quad (\underline{3.1} \leftrightarrow \underline{1.2} \leftrightarrow \underline{2.3}) \text{ triad. Them.} \\
 \text{DS 16} &= (3.2, 2.3, 1.1) \quad \times \quad (\underline{1.1} \leftrightarrow \underline{3.2} \leftrightarrow \underline{2.3}) \text{ triad. Them.}
 \end{aligned}$$

DS 20 = (3.3, 2.1, 1.2) × (2.1 ↔ 1.2 ↔ 3.3) triad. Them.

DS 22 = (3.3, 2.2, 1.1) × (1.1 ↔ 2.2 ↔ 3.3) triad. Them.

zu weiteren determinantensymmetrischen Dualitätssystemen kombinieren, z.B.



Numerieren wir die jeweils 7 Thematisierungen von 1-7, so sind jeweils folgende Kombinationen 35 möglich:

123, 124, 125, 126, 127; 134, 135, 136, 137; 145, 146, 147; 156, 157; 167;  
234, 235, 236, 237; 245, 246, 247; 256, 257; 267; 345, 346, 347; 356, 357;  
367; 456, 457; 467; 567.

Damit können wir endlich auch die im Titel gestellte Frage beantworten: Kombinatorisch gibt es genau  $35^3 = 46'656$  determinantensymmetrische Dualsysteme. DAMIT FÄLLT ALSO DIE IDENTITÄT DES EINEN DETERMINANTENSYMMETRISCHEN DUALITÄTSSYSTEMS, das für die Teilmenge der 10/27 semiotischen Dualsysteme gibt, wenn man die trichotomische Inklusionsrestriktion aufgibt und alle 27 möglichen Dualsysteme zulässt.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu „Trichotomischen Triaden“. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

30.5.2021